

文章编号: 1001—1749(2005)01—0075—03

# 地学自由曲面径向基函数网络重建的详细算法

陈 明<sup>1</sup>, 何凯涛<sup>2,3</sup>, 王全明<sup>2</sup>

(1. 国家地质实验测试中心, 北京 100037;

2. 中国地质调查局, 北京 100081; 3. 中国国防科技大学, 长沙 410073)

**摘 要:** 径向基函数(Radial Basis Function, 简称 RBF)神经网络是一种理想的地学离散数据网格化工具, 能够适应各种不同分布形式和边界条件的数据, 收敛速度较快, 可以逼近任何复杂曲面。

这里详细介绍了 RBF 神经网络的算法。适当径向基函数的形式和偏差系数是使用 RBF 神经网络作地学曲面重建的关键。大量的实际数据验证结果表明, 当选用 Gauss 型径向基函数时, 一般可获得比较理想的网格化效果, 同时具备“曲面平滑”和“拟合度高”的特点。

**关键词:** 径向基网络; 插值; 信息; 数学地质; 人工神经网络

**中图分类号:** TP183 **文献标识码:** A

## 1 径向基函数与径向基网络

RBF 网络是在借鉴生物神经的局部调节功能和动物大脑中存在的交叠接受知识的区域的基础上提出的一种采用局部感知场来实现函数映射的人工神经网络, 可用于任意多为实变量空间的插值问题<sup>[1,2]</sup>, 特别适用于地学曲面的插值重建、缺失数据的补齐和函数拟合等。其优点在于它对原始数据的分布形式和边界条件没有特别的要求, 收敛速度较快, 可以逼近任何复杂曲面, 而且在型值点上保证与已知样品数据保持一致。

RBF 网络结构如下页图 1 所示。RBF 网络是一种前传无反馈三层神经网络, 具有唯一最佳逼近点。RBF 网络的第一层是输入层, 第二层是径向基函数层(简称 RBF 层), 第三层是线性输出层。从第一层(输入层)到第二层(径向基层)的传输函数, 通常使用非线性的径向基函数, 连接系数矩阵  $W$  的元素一般都为 1; 而从 RBF 层到输出层的传输函数为纯线性函数, 连接系数矩阵为  $V$ 。在 RBF 网络中, 层内神经元之间没有连接, 信号只在层间传递。

径向基函数是一类以输入矢量与 RBF 层中

心, 以矢量之间的距离为基础的函数。假定输入数据是样品数为  $p$  的  $m$  维矩阵  $X = \{x_{ij}, i=1, p; j=1, m\}$ , 中心矢量为  $C = \{c_j, j=1, m\}$ , 则第  $i$  个样品与中心矢量之间的距离为  $\|C - x\|$ 。例如, 两者之间的欧氏距离为

$$d_i = \sqrt{\sum_{j=1}^m (c_j - x_{ij})^2} \quad (1)$$

所谓径向基函数就是关于上述距离的函数。常用的径向基函数有三种

Gauss 型函数:

$$\Phi(d) = \exp(-d/\delta)^k \quad (2)$$

Multi-quadric 函数

$$\Phi(d) = (a^2 + d^2)^\beta$$

或

$$\Phi(d) = (a^2 + d^2)^{-\beta} \quad (3)$$

Duchon 薄板样条函数

$$\Phi(d) = d^{2k} \ln d \text{ 或 } \Phi(d) = d^{2k+1} \quad (4)$$

以 Gauss 函数为例, 径向基层神经元的输出为

$$\sum_{k=1}^p w_k \cdot \Phi(\|c_k - x_j\|)$$

## 2 RBF 网络的算法

下面以离散地球化学测量数据的网格化过程

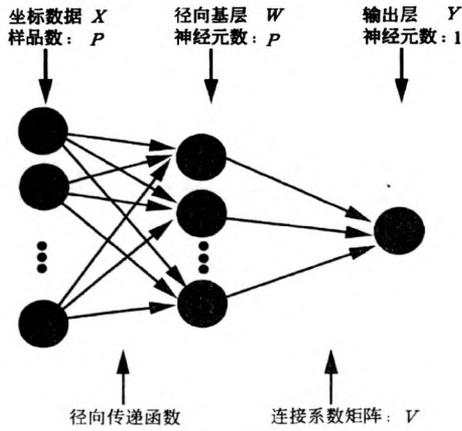


图 1 RBF 网络的逻辑结构

Fig. 1 The logical structure of RBF network

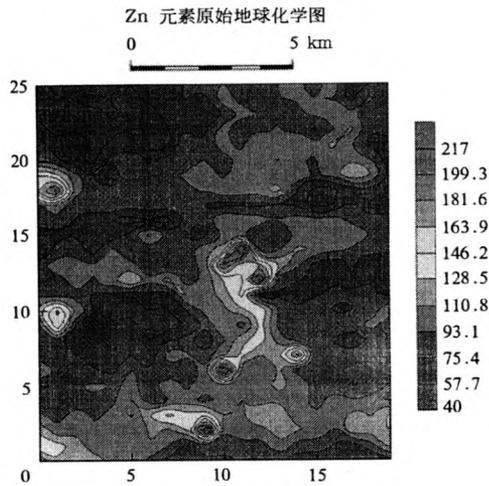


图 2 Zn 原始等值线图

Fig. 2 The original contour map of Zn

为例,说明 RBF 网络的详细算法。假定已知样品点的分布在采样域内相对均匀,设在区域  $D$  上随机采集了  $p$  个样品,其坐标点为  $X = \{x_{ij}, i=1, p; j=1, 2\}$ ,测量值为  $O = \{o_i, i=1, p\}$ ,见图 2。算法由确定径向基半径和插值网格,构造 RBF 网络及网络训练等四个步骤。

2.1 确定径向基半径和插值网格

(1) 确定采样域的大小

$$x_{\min} = \min_{i=1}^p x_{i1}, x_{\max} = \max_{i=1}^p x_{i1};$$

$$y_{\min} = \min_{i=1}^p x_{i2}, y_{\max} = \max_{i=1}^p x_{i2}$$

(2) 计算已知样品的“平均代表面积”

$$s_i = (x_{\max} - x_{\min})(y_{\max} - y_{\min})$$

(3) 计算“平均径向基半径”

$$s = \sqrt{s_i/p} \tag{5}$$

为了获得较好的插值效果,插值网格单元的尺

寸一般等于  $step = s/n_s$ ,  $n_s$  可以取 3~9。这样,  $X$  和  $Y$  方向的网格数分别为

$$N_x = \text{int}[(x_{\max} - x_{\min})/step]$$

和

$$N_y = \text{int}[(y_{\max} - y_{\min})/step] \tag{6}$$

$X$  和  $Y$  方向的网格间距分别为  $d_x = [(x_{\max} - x_{\min})/N_x]$  和  $d_y = [(y_{\max} - y_{\min})/N_y]$ 。任意第  $i$  列和第  $j$  行网格节点的坐标  $(xp_{np}^1, xp_{np}^2)$  的计算方法为

$$\begin{aligned} xp_{np}^1 &= x_{\min} + (i-1) * d_x; xp_{np}^2 = \\ & y_{\min} + (j-1) * d_y; np = \\ & (j-1)N_x + i. \end{aligned} \tag{7}$$

2.2 构造 RBF 网络

(1) 第一层是神经元个数为  $p$ ,输入数据为  $p$  个采样点的原始坐标。

(2) 为了获得最佳的效果,可以假定径向基层中心矢量等于原始输入坐标。所以第二层的神经元个数也为  $p$ 。

(3) 第三层是神经元个数为 1,与第二层的连接系数矩阵为  $V$ ,而  $V = \{v_i, i=1, p\}$ 。

2.3 网络训练。

(1) 建立径向基层中心矢量:

$$c_{ij} = x_{ij}, i=1, p; j=1, 2 \tag{8}$$

(2) 确定径向基函数类型与径向基宽度,并计算径向基层的输出  $A = \{a_{ij}, i=1, p; j=1, p\}$ 。经过反复验证,用 Gauss 型径向基函数可以获得满意的地球化学数据网格化效果。

$$a_{ij} = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\sum_{k=1}^2 \|x_{ik} - c_{jk}\|}{\sqrt{\frac{s}{2} \ln 2}} \right)^{0.25} \right] \tag{9}$$

$i=1, p; j=1, p.$

(3) 确定径向基层与输出层之间的联接系数矩阵  $V$ ,径向基层的输出  $A$ 、 $V$  和目标  $O$  之间的关系为

$$V \cdot A = O \tag{10}$$

通过解线性方程组可以得到矩阵  $V$ 。至此,网络的所有参数已经确定。

2.4 插值网格节点数据的预测

将式(7)中的网格节点坐标代入网络,得到各节点上的预测值,输出结果,网格化过程结束。

3 应用实例

下面以吉林某地化探数据为例,说明 RBF 网

络的插值效果。在吉林某地  $25 \text{ km}^2 \times 19 \text{ km}^2$  的范围内,按  $26 \times 20$  的规则测网分析了 520 个化探组合样品,陈明,吴锡生<sup>[5]</sup>等已经介绍了本地区的基本地质—地球化学特征和地球化学块体的划分成果。

Zn 元素的原始地球化学等值线图如图 2。为了检验 RBF 网络的应用效果,不妨把原始的网格化数据重新离散化为含坐标点位置的离散数据。设坐标为  $X = \{x_{ij}, i=1, p; j=1, 2\}$ ,各坐标点上的 Zn 的测量值为  $O = \{o_i, i=1, p\}$ 。然后,再分别用 RBF 网络和泛克里格法(UK)对上述离散数据实施网格化。

图 3 和图 4 是分别用泛克里格法和 RBF 网络

法重新网格化以后获得的 Zn 元素等值线图。把图 3 和图 4 分别与图 2 比较,我们发现,在绝大部分地区,两者的差别不是很大。但在异常区,RBF 网络算法得到的结果比泛克里格法要更“忠实于”原始数据。这是因为泛克里格的算法是建立在二阶平稳条件下的,对地球化学场的估计,在一定程度上也是对地球化学场变化“趋势”的一种估计。对于复杂的地学曲面的适应性相对较差,主要表现在某些局部会出现估计值明显升高或降低的趋势。RBF 网络算法虽然也会受到径向基半径的影响,但受“趋势”的影响并不明显,因而比较适合复杂地学曲面重建。

Zn 元素等值线图(用 Kriging 法插值)

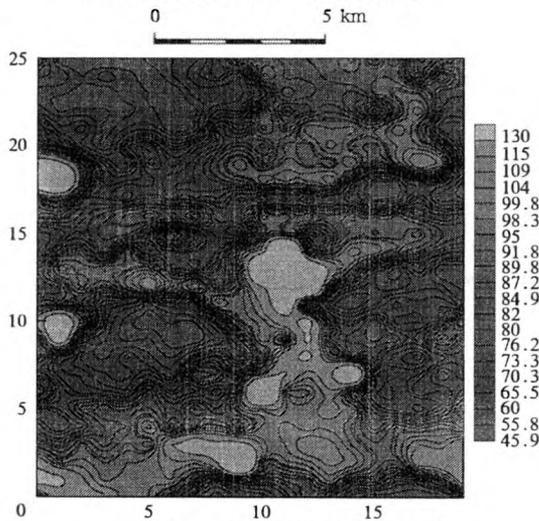


图 3 泛克里格法估值结果

Fig. 3 The contour map with UK method

Zn 元素等值线图(用 RBF 法插值)

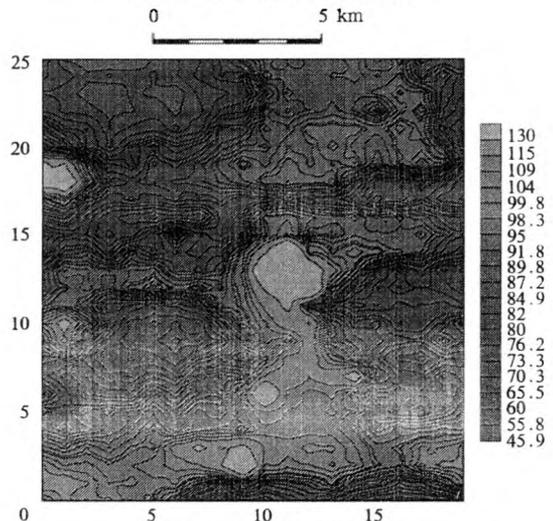


图 4 RBF 法估值结果

Fig. 4 The contour map with RBF networks

#### 4 小结

RBF 网络是一种比较理想的地学曲面重建(离散数据网格化)工具,优点在于它对原始数据的分布型式和边界条件没有特别的要求,收敛速度较快,且可以逼近任何复杂曲面,而且在已知样品点上必定与原始数据一致。试验结果表明,把型值点数据作为 RBF 层的中心矢量,并且把  $\exp$

$$\left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\sum_{k=1}^2 \|x-c\|}{\sqrt{\frac{s}{2} \ln z}} \right]^{0.25} \right\}$$

作为输入层与 RBF 层的传递函数,网格化效果也比较理想。

#### 参考文献:

[1] 缪报通,陈发来. 径向基函数神经网络在散乱数据插值中的应用[J]. 中国科技大学学报, 2001, 31(2):

135.  
 [2] 王明进,程乾生. 基于径向基函数的非线性预测模型[J]. 管理科学学报, 1999, 2(4): 28.  
 [3] CHEN MING, YAN GUANGSHENG, FAN JIZHANG, et al. Regional geochemical division—A tool for Delineating geochemical block[J]. Journal of China University of Geosciences. 2000, 11(2): 150.  
 [4] 陈明,何凯涛,王全明,等. 地球化学场精细结构解析方案与应用[J]. 地质通报, 2004, 23(2): 147.  
 [5] 陈明,吴锡生,马福生. 泛克里格法在吉林某地 1: 5 万化探中的应用及其与其它方法对比研究[J]. 吉林地质, 1994, 13(4): 14.

作者简介: 陈明(1967—),男,研究员,浙江诸暨人。现主要从事环境地球化学和数学地质方面的研究。